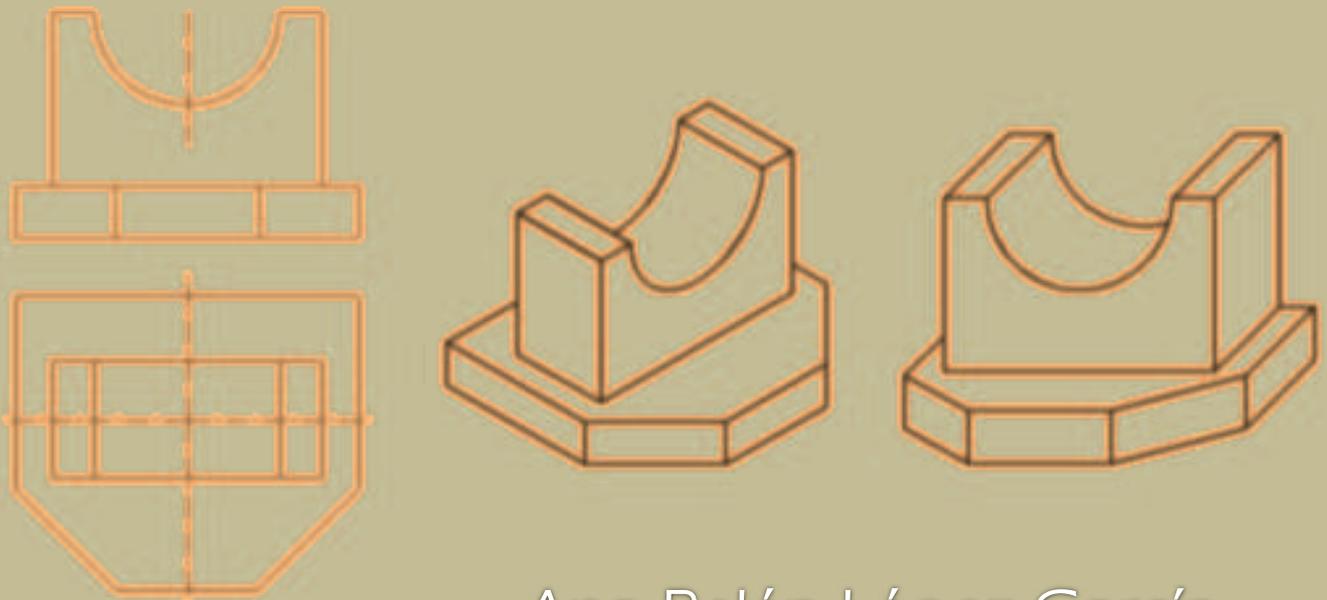


SISTEMAS  
DE  
REPRESENTACIÓN

PERSPECTIVAS  
ISOMÉTRICA  
Y CABALLERA



Ana Belén López García

2013-14

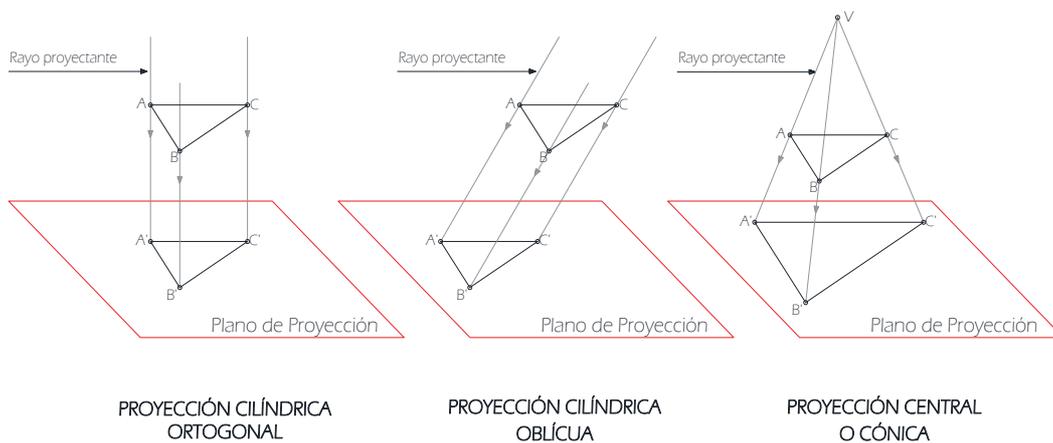


SISTEMAS DE REPRESENTACION

Todos los sistemas de representación, tienen como objetivo representar sobre una superficie bidimensional, como pueden ser una hoja de papel, una pizarra o una pantalla, los objetos que son tridimensionales.

Todos ellos cumplen una condición fundamental, la **reversibilidad**, es decir, que si bien a partir de un objeto tridimensional, podemos obtener una representación bidimensional del mismo, de igual forma, dada la representación bidimensional, el sistema permite obtener la posición en el espacio de cada uno de los elementos de dicho objeto.

Todos los sistemas, se basan en la proyección de los objetos sobre un plano, que se denomina **plano del cuadro o de proyección**, mediante los denominados **rayos proyectantes**, estos son líneas imaginarias, que pasando por los vértices o puntos del objeto, proporcionan en su intersección con el plano del cuadro, la proyección de dicho vértice o punto. El número de planos de proyección utilizados, la situación relativa de estos respecto al objeto, así como la dirección de los rayos proyectantes, son las características que diferencian a los distintos sistemas de representación.

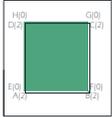
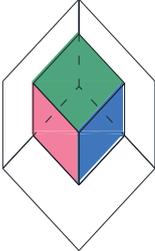
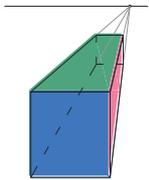
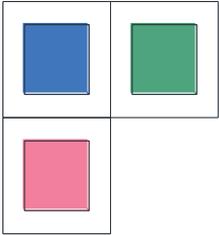
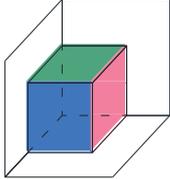
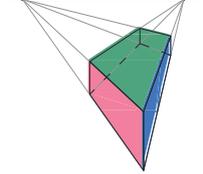
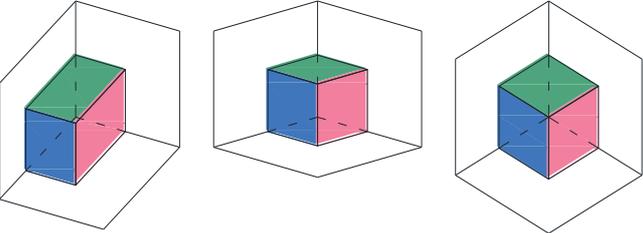


Si el origen de los rayos proyectantes es un punto del infinito, lo que se denomina punto impropio, todos los rayos serán paralelos entre sí, dando lugar a la que se denomina, proyección cilíndrica. Si dichos rayos resultan perpendiculares al plano de proyección estaremos ante la **proyección cilíndrica ortogonal**, en el caso de resultar oblicuos respecto a dicho plano, estaremos ante la **proyección cilíndrica oblicua**.

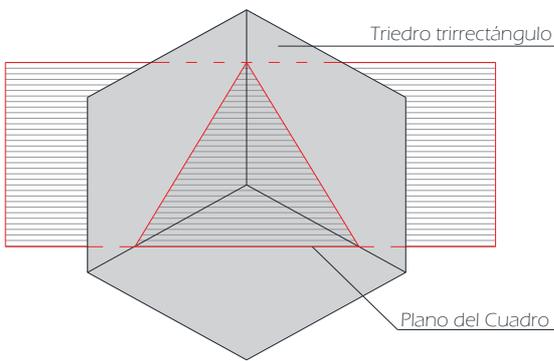
Si el origen de los rayos es un punto propio, estaremos ante la **proyección central o cónica**.

Dependiendo del **tipo de proyección** y del **número de planos utilizados**, se obtienen los diferentes sistemas de representación.

De todos los sistemas, nosotros nos centraremos en el **Sistema Axonométrico Isométrico** y el **la Perspectiva Caballera**.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN		
PROYECCIÓN CILÍNDRICA		PROYECCIÓN CENTRAL O CÓNICA
PROYECCIÓN CILÍNDRICA ORTOGONAL	PROYECCIÓN CILÍNDRICA OBLICUA	
<p>SISTEMA ACOTADO</p> 	<p>PERSPECTIVA MILITAR</p> 	<p>PERSPECTIVA CÓNICA FRONTAL</p> 
<p>SISTEMA DIÉDRICO</p> 	<p>PERSPECTIVA CABALLERA</p> 	<p>PERSPECTIVA CÓNICA OBLICUA</p> 
<p>SISTEMA AXONOMÉTRICO</p> <p>TRIMÉTRICO      DIMÉTRICO      ISOMÉTRICO</p> 		

1. SISTEMA AXONOMÉTRICO



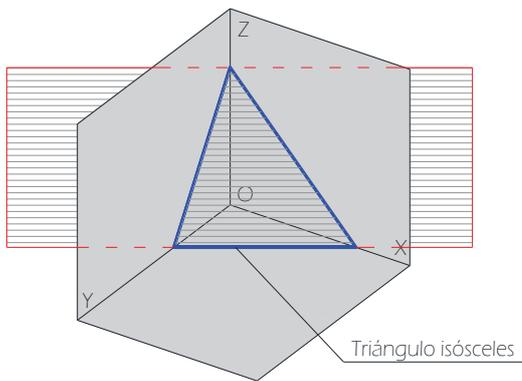
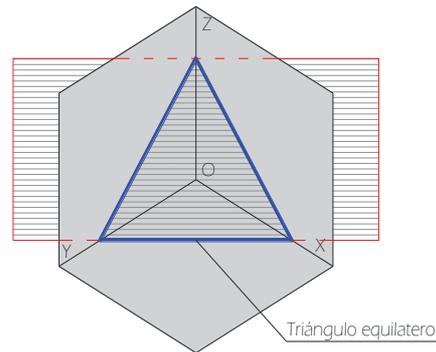
Sus elementos son **tres planos** que se cortan ortogonalmente dos a dos, los cuales determinan un **triedro trirrectángulo**, limitado por tres ejes, perpendiculares entre sí, dos a dos.

La proyección Axonométrica de un cuerpo u objeto es la proyección ortogonal del mismo sobre el plano del cuadro. Se denomina **plano del cuadro** a un plano cualquiera que corta el triedro en tres puntos.

Esta perspectiva presenta tres ejes, que se asocian con las letras, XYZ, no existiendo perpendicularidad alguna entre ellos. El origen del sistema es el punto, O, en el que concurren los ejes.

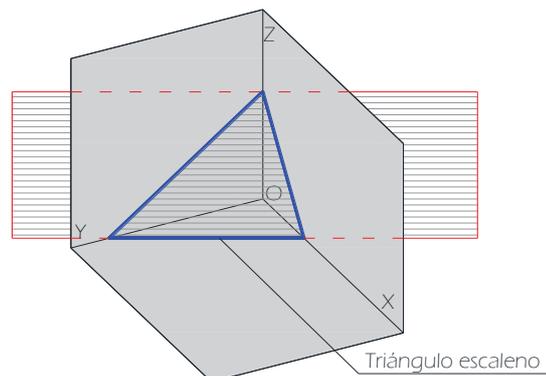
En el sistema axonométrico, el plano del cuadro corta a los tres ejes de proyección, XYZ, formando un **triángulo** y quedando el vértice o centro de la perspectiva en el **Ortocentro** de dicho triángulo. Como los ángulos que forman entre sí, no son rectos, los tres ejes sufren una **reducción respecto a la medida real**. Esta reducción dependerá del valor de los ángulos que los ejes formen entre sí. El sistema axonométrico tiene tres variantes:

**Isométrica:** Cuando el triángulo, anteriormente descrito, es **equilátero**, el sistema recibe el nombre de **ISOMÉTRICO**. Así, los ejes quedan plasmados en el plano del papel formando tres ángulos iguales de 120°. Por tanto, los tres ejes experimentan la misma deformación de reducción.



**Dimétrica:** Cuando el triángulo resultante es **isósceles**, estamos ante una axonometría **DIMÉTRICA**. Hay dos ejes que tienen la misma inclinación respecto al plano del papel, lo que significa que dos ejes experimentan la misma deformación de reducción, existiendo una distinta para el tercer eje. Así, los ejes quedan plasmados en el plano del papel formando dos ángulos iguales y uno distinto.

**Trimétrica:** Cuando el triángulo resultante es **escaleno**, tenemos un sistema axonométrico **TRIMÉTRICO**. Las posiciones de los ejes son totalmente libres, formando el plano tres ángulos totalmente distintos, por lo que la deformación de reducción que experimentan los tres ejes es diferente para cada uno de ellos.



COEFICIENTE DE REDUCCIÓN:

Como hemos visto, cualquier magnitud sobre cualquiera de los ejes en el espacio sufre una reducción al proyectarse sobre el plano del cuadro y esta deformación será mayor o menor en función de la oblicuidad que presenten dichos ejes sobre el plano fundamental.

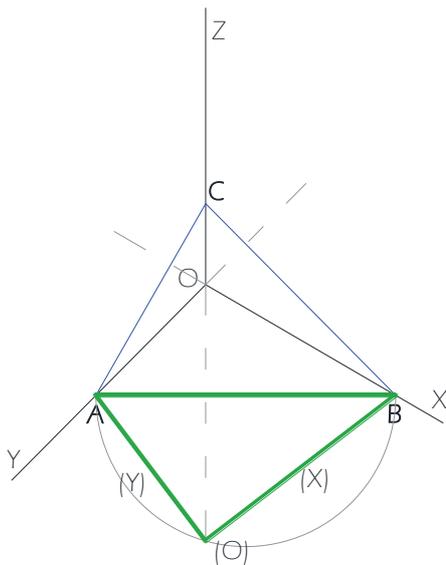
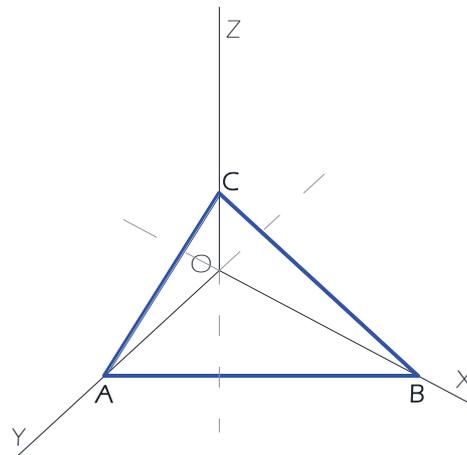
Para determinar el grado de reducción que experimenta una magnitud real al proyectarse, aplicamos los llamados coeficientes de reducción, que vienen dados por el cociente que resulta al dividir la escala axonométrica por la escala natural.

$$\text{Coeficientes de reducción} = \frac{\text{Escala Axonométrica}}{\text{Escala Natural}}$$

Dicho de forma más práctica: las medidas reales de un objeto, dispuestas paralelamente a los ejes, hay que multiplicarlas por el coeficiente de reducción correspondiente a cada eje.

Veamos cómo obtener gráficamente los coeficientes de reducción.

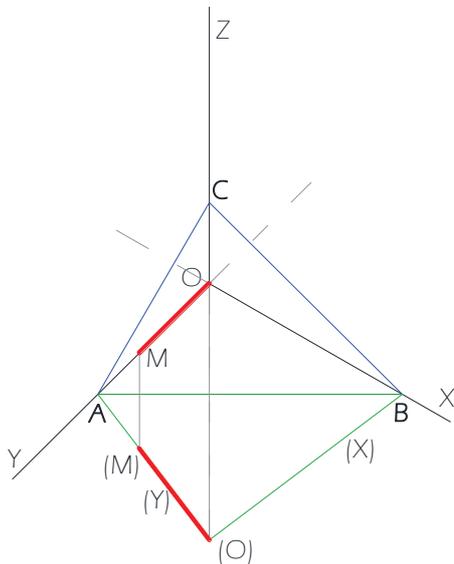
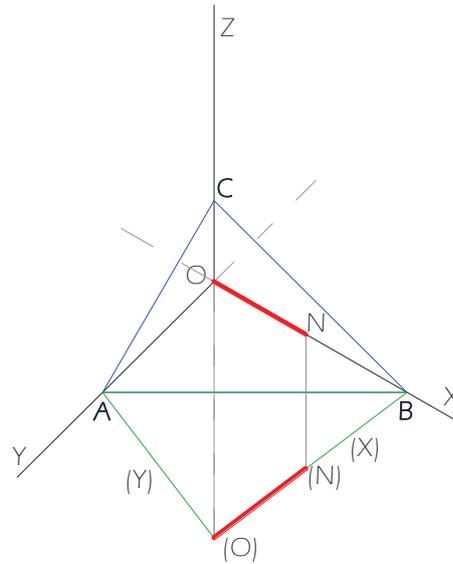
1. Para hallar el triángulo fundamental ABC, realizamos una prolongación de los ejes, y mediante perpendiculares a dichas prolongaciones, trazamos el triángulo.



2. Con centro en el punto medio del segmento AB, trazamos una semicircunferencia de diámetro AB. Prolongamos el eje Z hasta que corte dicha semicircunferencia, obteniendo el abatimiento del origen (O). Uniendo este punto con A y con B, obtenemos el triángulo A(O)B, que corresponde al triángulo AOB abatido.

3. El lado (O)B coincide con el eje X abatido, es decir (X), sobre el cual ya podemos tomar medidas reales. Sobre este eje, tomamos un segmento cualquiera de (O), marcando el punto (N), y al desabatir dicho punto comprobamos que el segmento ON, es más pequeño en escala axonométrica.

$$\text{Coeficiente de reducción (eje X)} = \frac{ON}{(ON)}$$

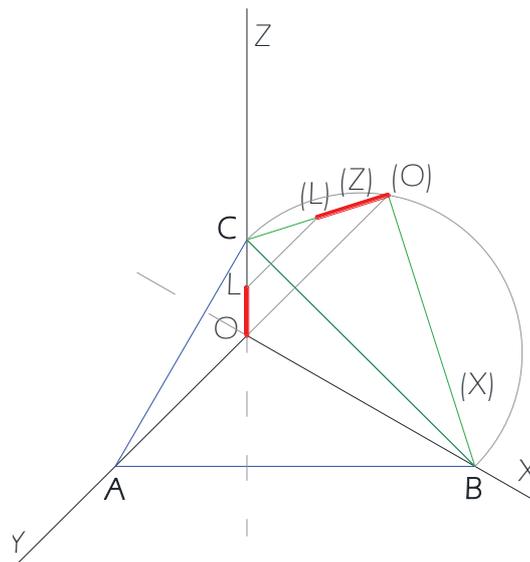


4. Procedemos del mismo modo en el lado (O)A, para obtener el coeficiente de reducción del eje Y.

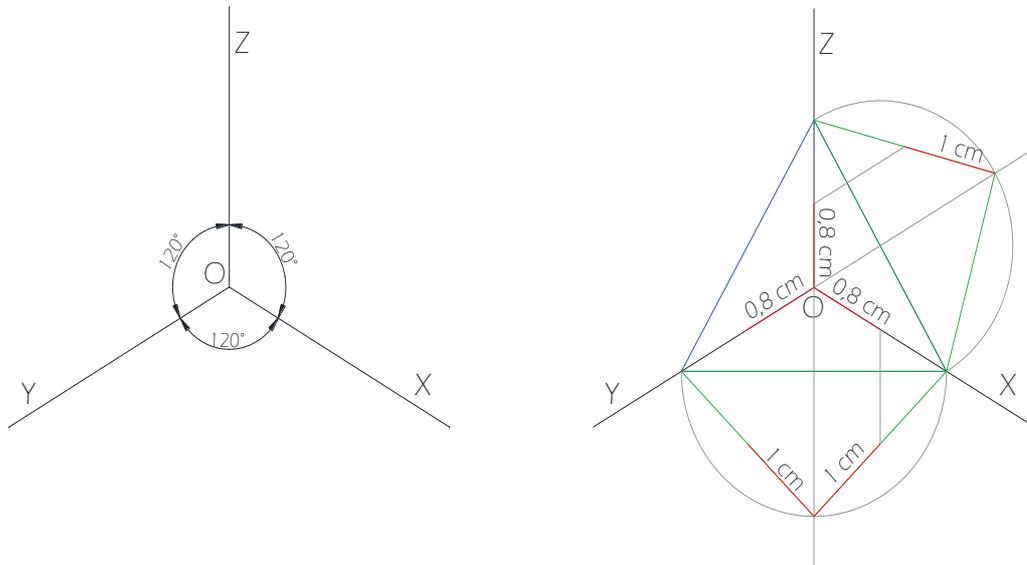
$$\text{Coeficiente de reducción (eje Y)} = \frac{OM}{(OM)}$$

5. Para hallar el coeficiente de reducción del eje Z, repetimos todo el proceso abatiendo el triángulo AOC o el BOC.

$$\text{Coeficiente de reducción (eje Z)} = \frac{OL}{(OL)}$$



SISTEMA AXONOMÉTRICO ISOMÉTRICO



Como ya se ha dicho anteriormente, este sistema es un caso particular del axonométrico general, en el cual el triángulo fundamental es un triángulo **equilátero**. Los ejes quedan plasmados en el plano del papel formando tres ángulos iguales de 120°. Por tanto, los **tres ejes** experimentan la **misma** deformación de **reducción**.

$$\text{Coeficiente de reducción (eje XYZ)} = 0,816 \dots$$

LÍNEAS ISOMÉTRICAS:

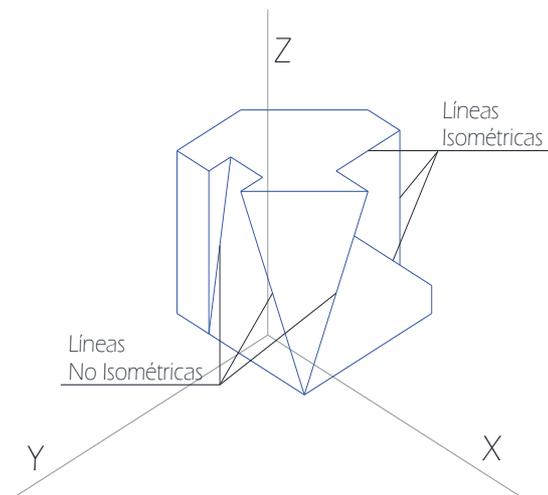
Son todas las líneas que sean paralelas a cualquiera de los tres ejes isométricos.

En el dibujo isométrico de un sólido regular (cubo, paralelepípedo) todas las líneas son isométricas.

LÍNEAS NO ISOMÉTRICAS:

Son todas aquellas líneas **NO** paralelas a ningún eje isométrico.

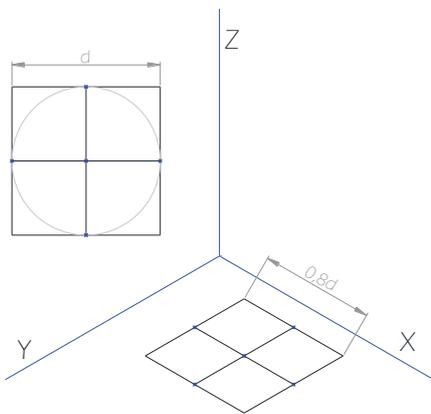
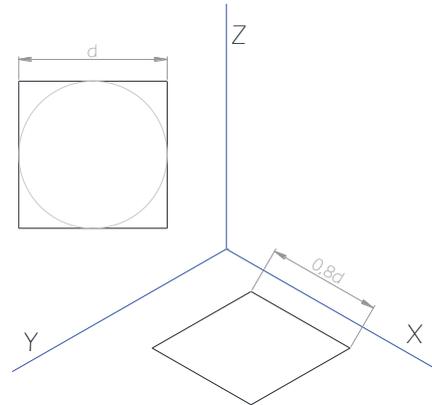
Las líneas no isométricas no se toman en su verdadera magnitud, es decir, no se pueden medir directamente del objeto (como sucede en las líneas isométricas). En consecuencia deben construirse determinando sus puntos extremos, mediante las líneas isométricas (es decir, líneas paralelas a los ejes).



Igualmente los ángulos no se proyectan al dibujo en su verdadera magnitud sino partiendo de sus proyecciones ortogonales (perpendiculares).

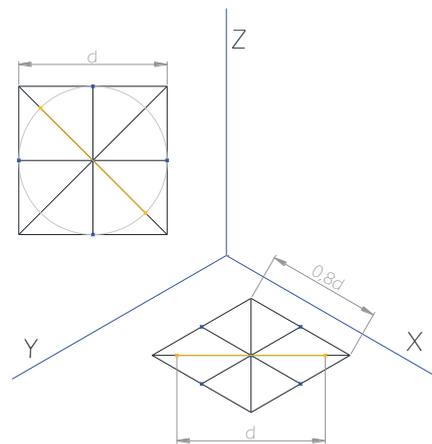
LA CIRCUNFERENCIA EN PERSPECTIVA ISOMÉTRICA:

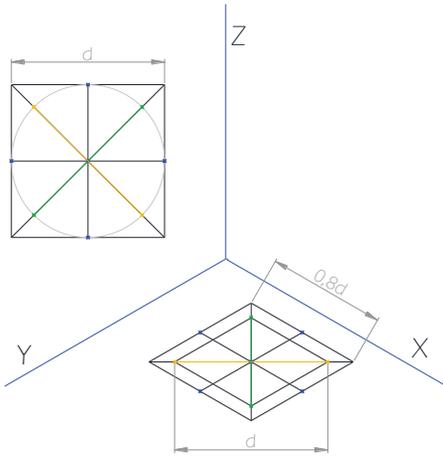
1. Conocido el diámetro de la circunferencia en escala natural,  $d$ , podemos calcular su medida en escala axonométrica multiplicándolo por el coeficiente de reducción, 0,8. Esta medida nos servirá para trazar en perspectiva isométrica el cuadrado en el que inscribiremos la circunferencia.



2. Si trazamos perpendiculares a los lados del cuadrado por sus puntos medios, encontraremos en el centro de la circunferencia y sus cuatro puntos de tangencia.

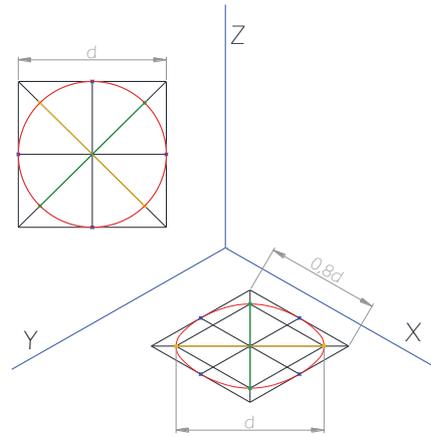
3. Ahora trazamos las diagonales del cuadrado y colocamos el diámetro,  $d$ , en verdadera magnitud sobre el la diagonal mayor, con lo que obtendremos el eje mayor de la elipse que representa a la circunferencia en isométrica.



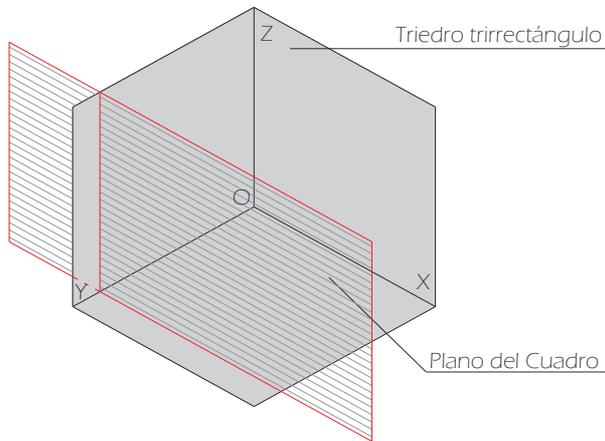


4. Para hallar los puntos que definen el eje menor de la elipse, basta con trazar paralelas a los ejes del sistema por uno de los extremos del eje mayor.

5. Solo falta unir los puntos y ya tenemos nuestra circunferencia en perspectiva isométrica.



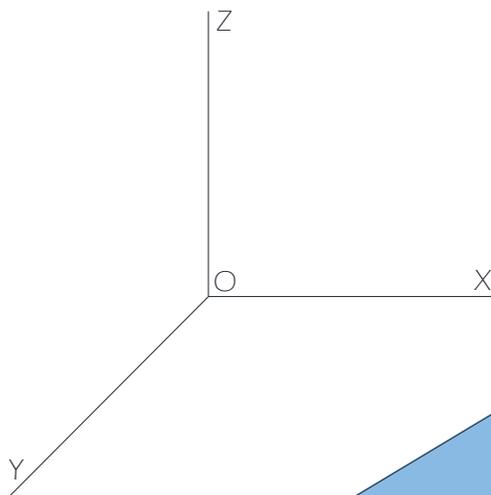
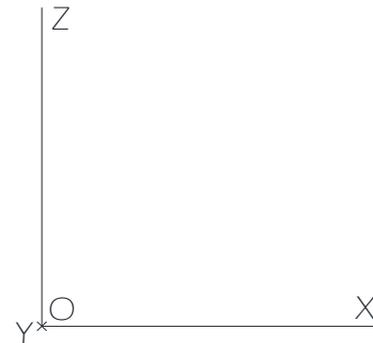
2. SISTEMA DE PERSPECTIVA CABALLERA



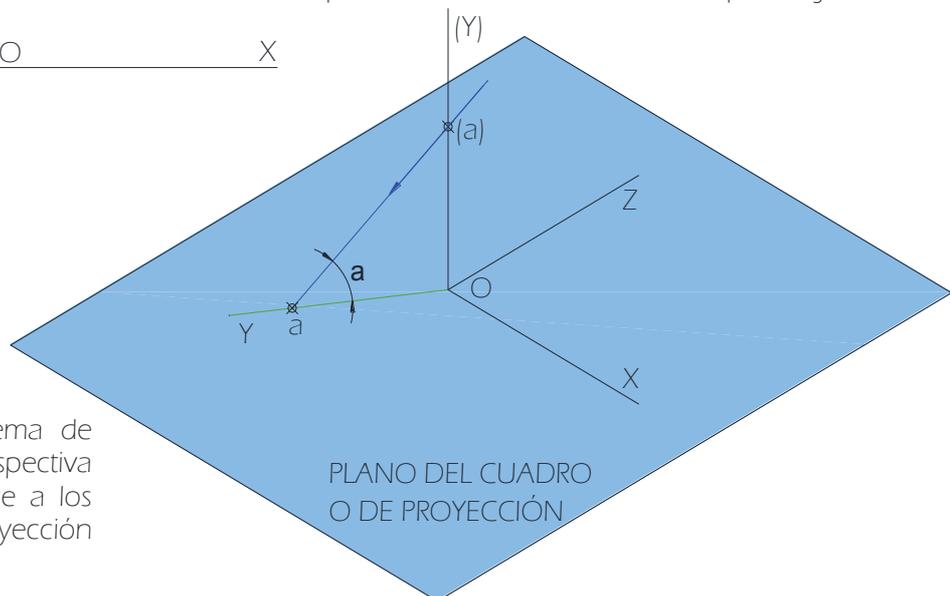
La **perspectiva caballera** consta, al igual que el sistema axonométrico, de cuatro planos de proyección, tres de ellos forman un **triedro trirrectángulo** y un cuarto plano, llamado **plano del cuadro**, que corta a dos de los anteriores siendo paralelo al tercero.

Es decir, la diferencia fundamental respecto al sistema axonométrico estriba en que el plano del cuadro es paralelo a uno de los planos del triedro, concretamente al plano XOZ y por tanto, también es paralelo a los ejes X y Z por lo que solo cortara al eje Y.

Como el plano fundamental de proyección o plano del cuadro es frontal, al ser paralelo al plano XOZ, ambos se identificarán en uno solo; y los otros dos planos del triedro, el XOY y el YOZ se verán de canto, así como el eje Y de punta. Así, cualquier objeto proyectado ortogonalmente sobre el plano del cuadro (coincidente con el XOZ) se representaría bajo la apariencia de dos dimensiones, ancho y alto, X y Z, sin que pueda apreciarse la profundidad, Y.



Para evitarlo, se opta por situar el eje Y oblicuo respecto al plano XOZ, de forma que ya no se verá de punta y, por tanto, los rayos proyectantes dirigidos sobre dicho plano, ya no serán normales a él, sino oblicuos, ya que son paralelos a la dirección marcada por el eje Y.



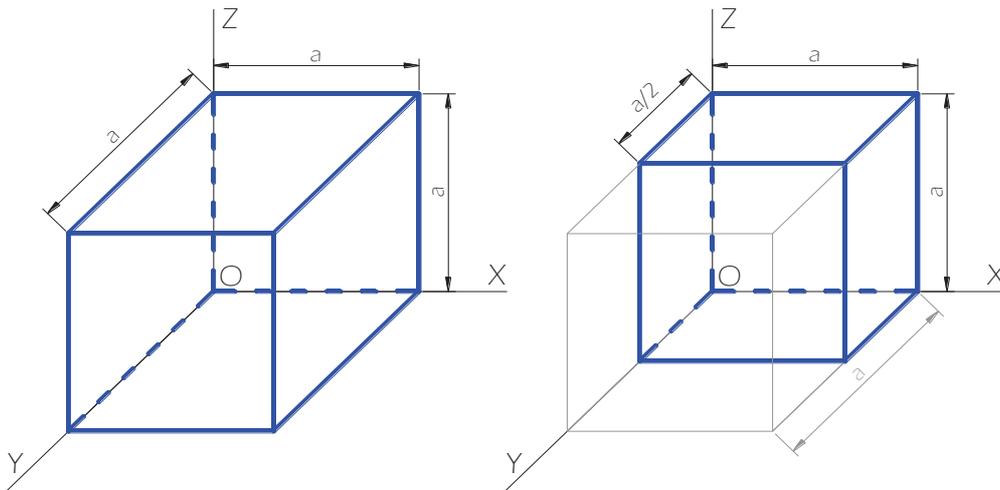
Por tanto, el sistema de proyección de perspectiva caballera pertenece a los sistemas de proyección cilíndrica oblicua.

ÁNGULO DE INCLINACIÓN DE LOS RAYOS PROYECTANTES. COEFICIENTE DE REDUCCIÓN:

Como hemos visto, los ejes X y Z son paralelos al plano de proyección, por lo que cualquier magnitud paralela a ellos, no sufrirá reducción ni deformación alguna.

En cambio, las magnitudes que sean paralelas al eje Y sufrirán una reducción al proyectarse sobre el plano del cuadro, por ser la proyección del eje oblicua respecto al plano del cuadro y esta deformación será mayor o menor en función esa oblicuidad.

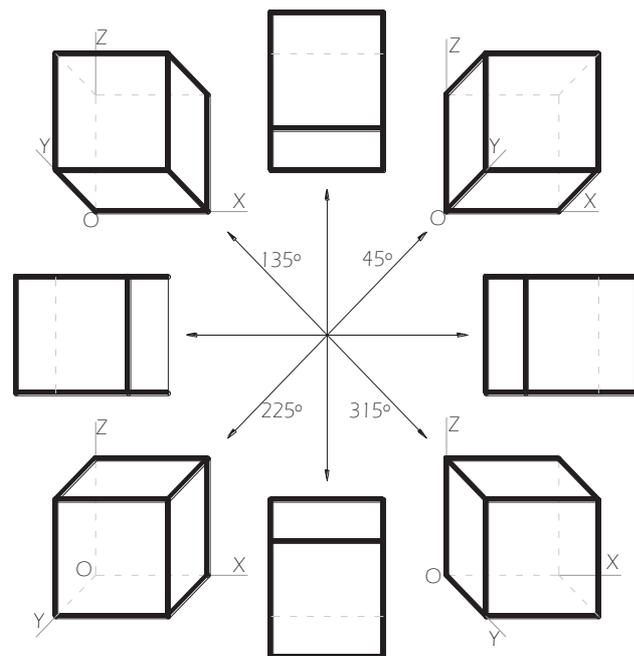
Se suelen adoptar para dicho eje, una vez proyectado, unas reducciones aceptadas generalmente, comprendidas entre 1/2 y 2/3 de la dimensión real en el espacio, ya que así la visión del objeto resulta más realista, como podemos ver en la figura siguiente.



Generalmente se adopta la reducción a la mitad por la facilidad que representa. Por tanto, el coeficiente de reducción para el eje Y, comúnmente aceptado es 0,5, es decir, todas las dimensiones paralelas a dicho eje, habrá que multiplicarlas por 0,5, o lo que es lo mismo, dividir las por 2.

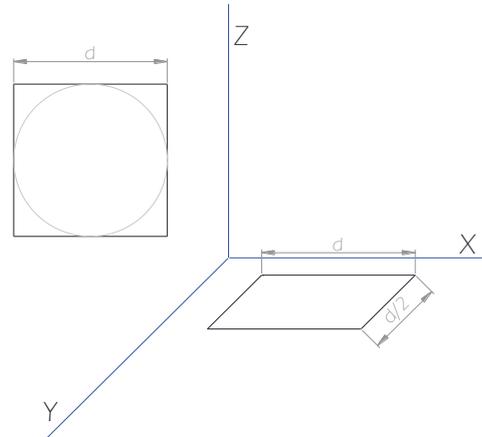
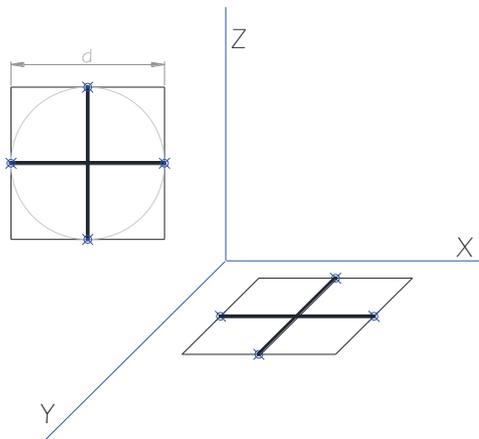
No obstante, no debemos olvidar que se nos pueden presentar otros casos.

Igualmente, aunque el eje Y puede adoptar infinitas direcciones, las más aconsejables son 45°, 135°, 225° y 315°, medidos estos ángulos en sentido horario a partir del eje X.



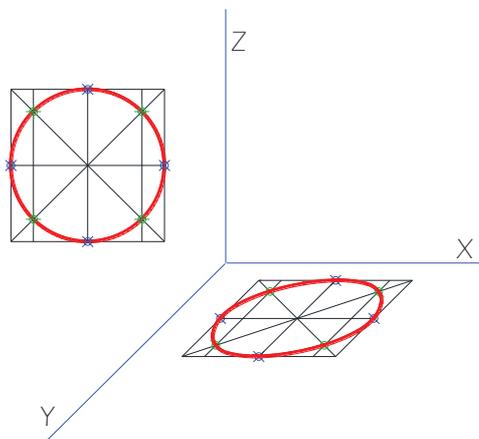
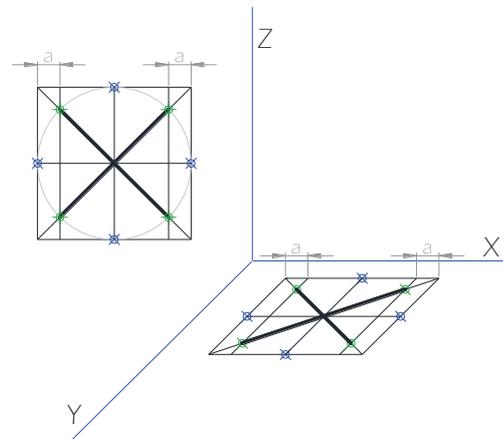
LA CIRCUNFERENCIA EN PERSPECTIVA CABALLERA:

1. Se inscribe la circunferencia en un cuadrado, el cual trazamos en perspectiva caballera aplicando en el eje Y el correspondiente coeficiente de reducción. En este caso, utilizaremos 0,5.



2. Si trazamos perpendiculares a los lados del cuadrado por sus puntos medios, encontraremos en centro de la circunferencia y sus cuatro puntos de tangencia.

3. Ahora trazamos las diagonales del cuadrado y vemos que cortan a la circunferencia a una distancia "a" del lado del cuadrado. Trasladamos esa distancia al cuadrado que hemos dibujado en perspectiva y aquí trazamos paralelas al eje Y. Las intersecciones de estas líneas con las diagonales del cuadrado, se corresponden con los puntos de tangencia buscados.



4. Solo falta unir los puntos y ya tenemos nuestra circunferencia en perspectiva caballera.

